

ОЛИМПИАДА «СУРСКИЕ ТАЛАНТЫ»
МАТЕМАТИКА

Задача №1 (15 баллов)

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 204%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Задача №2. (15 баллов)

Не вычисляя результат, докажите, что

$$2019^2 + 2019^2 \cdot 2020^2 + 2020^2$$

является квадратом натурального числа.

Задача №3. (20 баллов)

Решите уравнение

$$x^{2+\log_3 x - 4\log_x 3} = 81.$$

Задача №4. (20 баллов)

Точки A, B, C и D лежат на окружности. Точки M, N, K и L — середины дуг AB, BC, CD и DA , последовательно расположенных на окружности. Докажите, что хорды MK и NL перпендикулярны.

Задача №5. (30 баллов)

Найти все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = 2|2|x| - a^2| - x + a$ имеет ровно три нуля.