

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА

7 класс

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

Максимальное количество баллов-100.

Задание 1 (10 баллов). Решите уравнение: $(x^2 + 1)^2 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) + (x + 1)^2 - 4x + 1$

Задание 2 (10 баллов). Сумма и произведение пятнадцати натуральных чисел равны 30. Найдите эти пятнадцать чисел, если среди них могут быть одинаковые.

Задание 3 (10 баллов). Докажите, что при любых значениях переменных верно равенство $(x - y)(x + y) - (z - x + y)(z - x - y) - z(2x - z) = 0$.

Задание 4 (10 баллов). На какое наименьшее натуральное число надо умножить 7, чтобы получить число, состоящее из одних двоек?

Задание 5 (10 баллов). В треугольнике ABC острый угол между биссектрисами AN и CM равен 55 градусов. Найдите угол при вершине B. Ответ запишите в градусах.

Задание 6 (10 баллов). Из чисел a, b, c одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a^2 = b^2(b - c)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно 0? Почему?

Задание 7 (10 баллов). Какими цифрами нужно заменить буквы A, B, C, D , чтобы получить равенство $AAAA + BBB - CC + D = 2025$?

Задание 8 (10 баллов). Последовательность чисел строится по следующему закону. На первом месте стоит число 4, далее за каждым числом стоит сумма цифр его квадрата, увеличенная на 1. Какое число стоит на 2025 месте?

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА



Задание 9 (10 баллов). На доске написано число 123123123123. Какие цифры необходимо стереть, чтобы получить наибольшее из чисел, делящихся на 3? Чему равно это наибольшее число?

Задание 10 (10 баллов). У числа $\overline{abc}$ поменяли местами цифры b и c , сложили новое число с исходным и получили 787. Найдите все такие числа $\overline{abc}$. Объясните, почему нет других.



ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА

8 класс

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

Максимальное количество баллов-100.

Задание 1 (10 баллов). a, b, c – такие числа, что $a + b + c = 0$. Докажите, что $ab + bc + ca \leq 0$.

Задание 2 (10 баллов). Высота и медиана треугольника, проведенные из вершины прямого угла, равны соответственно 4 и 5 см. Найдите меньший катет треугольника.

Задание 3 (10 баллов). Сколько на доске для шашек существует всевозможных прямоугольников, состоящих из 24 клеток?

Задание 4 (10 баллов). Не решая квадратное уравнение $x^2 - 2025x + 25 = 0$, найдите значение выражения $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$, где x_1 – больший, а x_2 – меньший корень этого уравнения.

Задание 5 (10 баллов). Докажите, что если число не делится на 7, то его куб, увеличенный или уменьшенный на 1, делится на 7. Установите, в каком случае надо куб числа увеличить, а в каком – уменьшить, чтобы деление нацело было возможным.

Задание 6 (10 баллов). Сколько среди натуральных чисел от 1 до 20250 таких, которые
а) делятся на 7 и на 9;
б) делятся на 9, но не делятся на 7?

Объясните результат. «Решение» на калькуляторе, «питоне» и пр. не принимается.

Задание 7 (10 баллов). Найдите все целые числа x, y , удовлетворяющие уравнению $xy = y + 2x$. (2,4) (3,3) (0,0) (-1,1).

Задание 8 (10 баллов). Найдите сумму кубов корней уравнения $2x^2 + 3x - 7 = 0$, не находя самих корней.



Задание 9 (10 баллов). Один из углов треугольника на 120° больше другого. Докажите, что биссектриса треугольника, проведенная из вершины третьего угла, вдвое длиннее, чем высота, проведенная из той же вершины.

Задание 10 (10 баллов). Какой цифрой оканчивается сумма $26^{223} + 4^{224} + 3^{225}$?

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА

9 класс

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

Максимальное количество баллов-100.

Задание 1 (10 баллов). В юности М. Ю. Лермонтов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены ещё раз вырастут на 20%?

Задание 2 (10 баллов). Найдите сумму всех корней уравнения $3x^2 + 4x + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} = 14$.

Задание 3 (10 баллов). Какой цифрой оканчивается сумма $216^{2023} + 14^{2024} + 13^{2025}$?

Задание 4 (10 баллов). Найдите угол A треугольника ABC , если его площадь равна $a^2 - (b - c)^2$.

Задание 5 (10 баллов). Постройте график функции

$f(x) = \left| 2x + 1 - \sqrt{x(3x + 2)} \right| + \left| 2x + 1 + \sqrt{x(3x + 2)} \right|$, предварительно упростив определяющее ее выражение.

Задание 6 (10 баллов). Любая сторона треугольника ABC больше любой стороны треугольника DEF . Верно ли, что площадь треугольника ABC больше площади треугольника DEF ? Ответ объясните, если необходимо, приведите примеры (контрпримеры).

Задание 7 (10 баллов). Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y + z - 2\sqrt{x} = 0 \\ x + z - 2\sqrt{y} = 0 \\ x + y - 2\sqrt{z} = 0 \end{cases}$$

Задание 8 (10 баллов). В прямоугольном треугольнике ABC угол B – прямой, а угол A

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА



больше угла C . Из вершины B на гипотенузу AC опущена высота BH , которая делит медиану AM в отношении $9:8$. Найдите тангенс угла A .

Задание 9 (10 баллов). Найдите все натуральные значения n , при которых число $1 + 4^n + 4^3$ является квадратом натурального числа.

Задание 10 (10 баллов). Существуют ли такие целые числа x, y , что $x^2 = y^2 + 2025$?
Выпишите все возможные пары чисел, если такие существуют.



10 класс

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

Максимальное количество баллов-100.

Задание 1 (10 баллов). Решите уравнение $5\sqrt[4]{12+16x-16x^2} + 4x - 4x^2 = 11$.

Задание 2 (10 баллов). Докажите, что для всякого натурального значения n выполняется неравенство

$$\frac{1}{2!} + \frac{5}{4!} + \frac{25}{6!} + \frac{125}{8!} + \dots + \frac{5^{n-1}}{(2n)!} < \frac{4}{5}.$$

Задание 3 (10 баллов). Известно, что сумма биномиальных коэффициентов с нечетными номерами разложения $\left(mx + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^n$ равна 512. Найдите слагаемое, не содержащее x .

Задание 4 (10 баллов). Пусть $\{x\}$ – дробная часть числа x . Постройте график функции $f(x) = -\sqrt[5]{\{2x - 2026.7\}}$. Поясните этапы построения.

Задание 5 (10 баллов). Найдите наименьшее натуральное значение N , при котором уравнение

$$\sin^{2026}\left(\frac{2026\pi}{x}\right) + \cos^{2025}\left(\frac{\pi N}{x}\right) = 2, \text{ имеет наибольшее количество целых решений.}$$

Приведите эти решения.

Задание 6 (10 баллов). Найдите все целые значения p , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt[3]{x^6} - \left(\frac{1}{p} - 2\right) \cdot \sqrt[4]{x^4} + 1 - \frac{2}{p} = 0, \text{ имеет только целые решения.}$$

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА



Задание 7 (10 баллов). Дан треугольник PGU . Его высота $UH=2$, биссектриса $UN=5$, медиана $UM=6$. Найдите длину стороны PG .

Задание 8 (10 баллов). Имеется числовая последовательность $m_k, k = 1, 2, 3, \dots$:

$$m_1 = 0, \quad m_{k+1} = \begin{cases} 2m_k, & \text{если } k - \text{четное,} \\ m_k + 2, & \text{если } k - \text{нечетное.} \end{cases} \quad \text{Найдите } m_{2025} \text{ и } m_{2026}.$$

Задание 9 (10 баллов). Найдите периметр фигуры, определяемой следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} 2 \mid x+2 \mid \arcsin(y-1)^2 \leq \pi(x+2), \\ 2 \mid y-1 \mid -x \geq 0. \end{cases}$$

Задание 10 (10 баллов). Решите уравнение $y^2 + 2y \sin(xy) + 1 = 0$.

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА

11 класс

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

Максимальное количество баллов-100.

Задание 1 (10 баллов). Решите уравнение $\arccos\left(\frac{1}{x^2}\right) + \frac{\pi(x^4-1)}{2} = 0$.

Задание 2 (10 баллов). Вычислите сумму всех членов последовательности:

$$\frac{4}{4}, \frac{-11}{16}, \frac{18}{64}, \frac{-25}{256}, \frac{32}{1024}, \dots$$

Задание 3 (10 баллов). Известно, что сумма биномиальных коэффициентов с нечетными номерами разложения $\left(mx + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^n$ равна 512. Найдите слагаемое, не содержащее x .

Задание 4 (10 баллов). Пусть $\{x\}$ – дробная часть числа x . Постройте график функции $f(x) = -\sqrt[5]{2x - 2026.7}$. Поясните этапы построения.

Задание 5 (10 баллов). Найдите наименьшее натуральное значение N , при котором уравнение

$$\sin^{2026}\left(\frac{2026\pi}{x}\right) + \cos^{2025}\left(\frac{\pi N}{x}\right) = 2, \text{ имеет наибольшее количество целых решений.}$$

Приведите эти решения.

Задание 6 (10 баллов). Имеется числовая последовательность $m_k, k = 1, 2, 3, \dots$

$$m_1 = 0, \quad m_{k+1} = \begin{cases} 2m_k, & \text{если } k - \text{четное,} \\ m_k + 2, & \text{если } k - \text{нечетное.} \end{cases} \quad \text{Найдите } m_{2025} \text{ и } m_{2026}.$$

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

МАТЕМАТИКА



Задание 7 (10 баллов). Дан треугольник PGU . Его высота $UH=2$, биссектриса $UN=5$, медиана $UM=6$. Найдите длину стороны PG .

Задание 8 (10 баллов). Правильная шестиугольная призма имеет заданный объем V . Найдите площадь ее полной поверхности, если известно, что сумма длин всех ребер этой призмы имеет наименьшее значение.

Задание 9 (10 баллов). Найдите периметр фигуры, определяемой следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} 2|x+2|\arcsin(y-1)^2 \leq \pi(x+2), \\ 2|y-1|-x \geq 0. \end{cases}$$

Задание 10 (10 баллов). Найдите все значения параметра m , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x + y^2 - 2y + 2} + \sqrt{x^2 + 6x + y^2 - 6y + 18} = 6, \\ y - mx + 2m = 2 \end{cases}, \text{ имеет 2 решения.}$$